

Հայաստանի Հանրապետության
Բարձրագույն որակավորման հանձնաժողով



«Հաստատում եմ»

ՀՀ-ի նախագահ
Վ. Թռչունյան

2007թ.

Ծ Ր Ա Գ Ի Ր

Ա.01.01 – «Մաթեմատիկական անալիզ» մասնագիտության
որակավորման քննության

Ներկայացրել է ՀՀ ԳԱԱ Մաթեմատիկայի ինստիտուտը

ԵՐԵՎԱՆ – 2007թ.

ԾՐԱԳԻՐ
Ա.01.01 «Մաթեմատիկական անալիզ»
մասնագիտության որակավորման քննության

ԻՐԱԿԱՆ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

1. Չափ, չափելի ֆունկցիաներ, ինտեգրալ

Չափի ադիտիվությունը և հաշվելի ադիտիվությունը: Չափի Լեբեգի չարունակությունը: Չափելի ֆունկցիաներ, ըստ չափի և համարյա ամենուրեք զուգամիտություն: Եզորովի և Լուգինի թեորեմները: Լեբեգի ինտեգրալ: Սահմանային անցում ինտեգրալի նշանի տակ: Լեբեգի ինտեգրալի համեմատումը Ռիմանի ինտեգրալի հետ: Չափերի ուղիղ արտադրյալ: Ֆուբինիի թեորեմը:

2. Լեբեգի անորոշ ինտեգրալ: Դիֆերենցման տեսություն

Սոնոտոն ֆունկցիայի դիֆերենցելիությունը: Սահմանափակ վարիացիայի ֆունկցիաներ: Բացարձակ անընդհատ ֆունկցիաներ: Լեբեգի անորոշ ինտեգրալի ածանցյալը: Ֆունկցիայի վերականգնումն իր ածանցյալի միջոցով: Ռադոն-Նիկոդիմի թեորեմը: Ստիլտեսի ինտեգրալ:

3. Հանրագումարելի ֆունկցիաների տարածություններ

Հյուդերի և Մինկովսկու անհավասարությունները: L_p ($1 \leq p \leq \infty$) տարածությունները: Ամենուրեք խիտ դասեր L_p տարածություններում: Օրթոնորմավորված համակարգեր L_2 տարածությունում: Շարքեր ըստ օրթոգոնալ համակարգերի:

4. Եռանկյունաչափական շարքեր: Ֆուրիեի ձևափոխություն

Ֆուրիեի շարքի զուգամիտության պայմանները: Կանտորի թեորեմը եռանկյունաչափական շարքերի միակության վերաբերյալ: Ֆուրիեի ձևափոխությունը L_1 և L_2 տարածություններում: Պլանշերելի թեորեմը: Լապլասի ձևափոխությունը: Ֆուրիե-Ստիլտեսի ձևափոխություն:

5. Ողորկ բազմաձևություններ և դիֆերենցիալ ձևեր

Բազմաձևություններ R^n տարածությունում: Շոշափող տարածություն: Դիֆերենցիալ ձևեր բազմաձևության վրա: Ձևերի ինտեգրումը: Ստոքսի բանաձևը:

ԿՈՍՊԼԵՔՍ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

1. Անայիտիկ ֆունկցիաների ինտեգրալ ներկայացումներ

Կոշու ինտեգրալ թեորեմը: Մորերայի թեորեմը: Կոշու ինտեգրալ բանաձևը: Թեորեմ միջին արժեքի մասին: Մոդուլի մաքսիմումի սկզբունքը: Շվարցի լեմման: Կոշու տիպի ինտեգրալը, նրա սահմանային արժեքները: Սոխոցկու բանաձևերը:

2. Անալիտիկ ֆունկցիաների շարքեր: Եզակի կետեր: Մնացքներ

Անալիտիկ ֆունկցիաների հավասարաչափ զուգամետ շարքեր: Վեյերշտրասի թեորեմը: Անալիտիկ ֆունկցիաների վերլուծումը Թեյլորի և Լորանի շարքերի, Կոշու անհավասարությունները: Անալիտիկ ֆունկցիաների զրոները: Միակության թեորեմը: Մեկուսացված եզակի կետեր (միարժեք բնույթի): Կոշու թեորեմը մնացքների մասին: Ինտեգրալների հաշվում մնացքների միջոցով: Արգումենտի սկզբունքը: Ռուշեի թեորեմը: Ռունգեի թեորեմները անալիտիկ ֆունկցիաների մոտարկումների մասին:

3. Ամբողջ և մերոմորֆ ֆունկցիաներ

Ամբողջ ֆունկցիայի աճը: Կարգ և տիպ: Վեյերշտրասի թեորեմը տրված զրոներով ամբողջ ֆունկցիաների մասին: Ամբողջ ֆունկցիայի վերլուծությունը անվերջ արտադրյալի: Վերջավոր կարգի ամբողջ ֆունկցիաների դեպքը: Ադամարի թեորեմը: Միտագ-Լեֆլերի թեորեմը տրված բևեռներով և գլխավոր մասերով մերոմորֆ ֆունկցիաների մասին:

4. Կոնֆորմ արտապատկերումներ

Տարրական ֆունկցիաներով իրագործվող կոնֆորմ արտապատկերումներ: Տիրույթի պահպանման սկզբունքը: Միաթերթության հայտանիշներ: Ռիմանի թեորեմը: Եզրերի համապատասխանության մասին թեորեմը կոնֆորմ արտապատկերումների դեպքում:

5. Անալիտիկ շարունակություն

Անալիտիկ շարունակություն և լրիվ անալիտիկ ֆունկցիա (Վեյերշտրասի իմաստով): Ռիմանյան մակերևույթի հասկացությունը: Շարունակություն կորի երկայնքով: Մոնոդրոմիայի մասին թեորեմը: Անալիտիկ ֆունկցիաների մեկուսացված եզակի կետեր, վերջավոր և անվերջ կարգի ճյուղավորման կետեր: Սիմետրիայի սկզբունքը: Քրիստոֆել-Շվարցի բանաձևը: Մոդուլար ֆունկցիա: Նորմալ ընտանիքներ, նորմալության հայտանիշ: Պիկարի թեորեմը:

6. Հարմոնիկ ֆունկցիաներ

Հարմոնիկ ֆունկցիաներ, նրանց կապը անալիտիկ ֆունկցիաների հետ, անվերջ դիֆերենցելիությունը: Հարմոնիկության պահպանումը փոփոխականների կոնֆորմ փոխարինման դեպքում: Թեորեմ միջին արժեքի մասին և մաքսիմումի սկզբունքը: Միակության թեորեմը: Դիրիխլեյի խնդիրը: Պուասոնի բանաձևը շրջանի համար:

ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼ ԱՆԱԼԻԶ

1. Մետրիկական և տոպոլոգիական տարածություններ

Հաջորդականությունների զուգամիտությունը մետրիկական տարածություններում: Մետրիկական տարածության լրիվությունը և լրիվացումը: Բեռի թեորեմը:

Սեպարաբելություն: Սեղմող արտապատկերումների սկզբունքը: Բազմությունների կոմպակտությունը մետրիկական և տոպոլոգիական տարածություններում :

2. Նորմավորված և տոպոլոգիական գծային տարածություններ

Գծային տարածություններ: Ուռուցիկ բազմություններ և ուռուցիկ ֆունկցիոնալներ, Հան-Բանախի թեորեմը: Ուռուցիկ բազմությունների անջատումը: C և L_p տարածություններում բազմությունների կոմպակտության հայտանիշները: Նորմավորված տարածություններ: Եվկլիդյան տարածություններ: Գծային տոպոլոգիական տարածություններ:

3. Գծային ֆունկցիոնալներ և գծային օպերատորներ

Անընդհատ գծային ֆունկցիոնալներ: Գծային սահմանափակ ֆունկցիոնալների ընդհանուր տեսքը հիմնական ֆունկցիոնալ տարածություններում: Համալուծ տարածություն: Թույլ տոպոլոգիա և թույլ զուգամիտություն: Գծային օպերատորներ: Թեորեմ բաց արտապատկերման մասին: Փակ գրաֆիկի մասին թեորեմը: Բանախ-Շտեյնհաուզի սկզբունքը: Համալուծ օպերատոր: Գծային սահմանափակ օպերատորների տարածությունը: Սպեկտր և ռեզոլվենտ: Կոմպակտ (լիովին անընդհատ) օպերատորներ: Ֆրեդհոլմի թեորեմները:

4. Հիլբերտյան տարածություններ

Անվերջ չափանի սեպարաբել հիլբերտյան տարածությունների իզոմորֆիզմը: Սահմանափակ ինքնահամալուծ օպերատորների սպեկտրալ տեսությունը: Հիլբերտ-Շնիդտի թեորեմը: Անսահմանափակ օպերատորներ:

5. Ընդհանրացված ֆունկցիաներ

Ռեգուլար և սինգուլար ընդհանրացված ֆունկցիաներ: Ընդհանրացված ֆունկցիաների դիֆերենցումը, ուղիղ արտադրյալը և փաթույթը: Դանդաղ աճի ընդհանրացված ֆունկցիաները, նրանց Ֆուրիեի ձևափոխությունը: Ընդհանրացված ֆունկցիաների Լապլասի ձևափոխությունը:

Գրականություն

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1984
2. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М.: Наука, 1966.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976, 1989, 2004.
4. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.
5. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Том 1, 2 М.: Наука, 1967-68.
6. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974
7. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977.
8. Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975.
9. Rudin W. Real and complex analysis. MGH, 1986.
10. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. М.: Мир, 1968.
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1. М.: Наука, 1976 (1985).